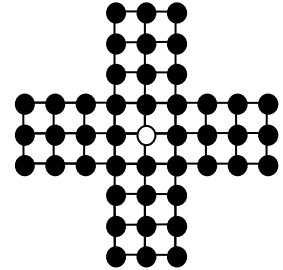
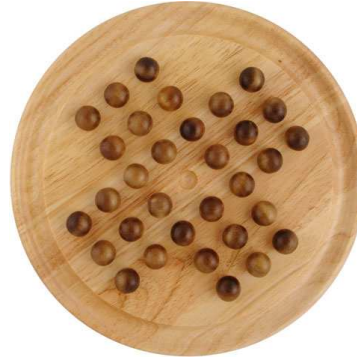


Titre du sujet : Version combinatoire à deux joueurs du jeu du Solitaire

Nom des responsables : Paul DORBEC, Éric SOPENA, dorbec@labri.fr, sopena@labri.fr
Équipe du LaBRI : Combinatoire et Algorithmique, thème « Graphes et Applications »

Description détaillée du sujet

Le jeu du solitaire (ci-contre dans sa version la plus répandue en France) a fait l'objet de nombreuses études (voir par exemple [BCG01, vol. 4, chapitre 23], ou [AD01, ADO00, ME02, Rav04]). D'une façon plus générale, le jeu du solitaire peut se jouer sur un graphe G dont tous les sommets sauf un sont initialement marqués (un sommet marqué correspond ainsi à un emplacement dans lequel se trouve un pion). Un mouvement consiste alors à choisir un chemin xyz dans G tel que x et y sont marqués, z est non marqué, puis à marquer z et « démarquer » x et y .



Le but de ce sujet est d'étudier la version combinatoire à deux joueurs du jeu de solitaire. Deux joueurs, désignés par Alice et Bob, jouent alternativement en respectant les règles de déplacement du jeu de solitaire, Alice jouant la première. En *version normale*, le premier joueur ne pouvant jouer est déclaré perdant. En *version misère*, ce même joueur est déclaré gagnant. Ainsi défini, notre jeu est un *jeu combinatoire impartial* (voir notamment les deux ouvrages de référence [BCG01] et [Con01]). On sait que pour un tel jeu combinatoire, tout graphe de départ est soit favorable au premier joueur soit favorable au second joueur. *Résoudre* un tel jeu consiste alors (1) à trouver une façon « simple » de déterminer si un graphe est favorable au premier ou au second joueur et (2) à définir « simplement » une stratégie gagnante permettant au joueur en position favorable de gagner contre toute défense. Des techniques classiques de résolution peuvent être appliquées dans ce cadre.

Nous nous intéressons ici principalement au jeu sur un graphe réduit à un chemin :



La version à deux joueurs du jeu de solitaire a été proposée comme sujet d'étude par Ravikumar [Rav04, paru initialement en 1997] et considérée par Moore et Eppstein [ME02] sous le nom de *duotaire* (dans la version considérée par ces auteurs, chaque joueur peut effectuer une séquence de sauts à chaque mouvement). Un article de Grossman [Gro04] considère la version qui nous intéresse ici, où chaque joueur ne peut sauter qu'un seul pion à la fois. Dans cet article, l'auteur résout ce jeu sur les chemins pour certaines configurations particulières et propose quelques conjectures et questions ouvertes.

Le travail attendu est le suivant :

- se familiariser avec la théorie des jeux combinatoires impartiaux, principalement à travers la lecture des chapitres correspondants de [BCG01] et [Con01] ;
- s'intéresser à la version à deux joueurs du jeu de solitaire, notamment à travers la lecture des références [Gro04] et [Rav04] ;
- tenter de résoudre ce jeu sur certaines configurations particulières.

Références bibliographiques

- [AD01] D. Avis, A. Deza. On the binary solitaire cone. *Discrete Appl. Math.* 115 (2001), 3-14.
[ADO00] D. Avis, A. Deza, S. Onn. A combinatorial approach to the Solitaire game. *IEEE Trans. Fundamentals*, vol. E83-A, no. 4 (2000), 656-661.
[BCG01] E.R. Berlekamp, J.H. Conway, R.K. Guy. *Winning Ways*. Deuxième éd., quatre volumes, A.K. Peters, Wellesley, Massachusetts (2001-2004).
[Con01] J.H. Conway. *On Numbers and Games*. Deuxième éd., A.K. Peters, Wellesley, Massachusetts (2001).
[Gro04] J.P. Grossman. Periodicity in one-dimensional peg duotaire. *Theoret. Comput. Sci.* 313 (2004), 417-425.
[ME02] C. Moore, D. Eppstein. One-dimensional peg solitaire and duotaire. in "More games of no chance", *MSRI Publications* 42 (2002), <http://www.msri.org/communications/books/Book42/files/moore.pdf>.
[Rav04] B. Ravikumar. Peg-solitaire, string rewriting systems and finite automata. *Theoret. Comput. Sci.* 321 (2004), 383-394.

Mots-clés : jeu combinatoire – jeu du solitaire