

Sujet de stage:

Assemblage de tuiles et erreurs

Encadrant: Mathieu SABLİK, IMT, Toulouse.

`msablik@math.univ-toulouse.fr`

Le premier résultat important dans l'étude des pavages définis par interactions locales est l'existence de règles locales qui forment uniquement des pavages quasi-périodiques mais non périodique. Tout naturellement, ces objets ont servi à modéliser les quasi-cristaux découverts en 1982 par D. Shechtman (Prix Nobel 2011). On s'intéresse à la structure de tels pavages et il est apparu des liens profonds avec des propriétés de calculabilité comme l'indécidabilité du problème du domino qui consiste à décider si un jeu de règles locales pave l'espace ou pas.

Une autre approche consiste à s'intéresser à leur formation, c'est à dire comment former des motifs arbitrairement grands en respectant les règles locales et en s'autorisant uniquement des transformations locales (i.e. la transformation n'a pas accès à la totalité du motif). Différents modèles de croissance ont été établis : auto-assemblage (on part d'un motif correct et on rajoute des tuiles en respectant les règles locales) ou flip-stochastiques (on part d'un motif quelconque et on effectue des perturbations locales pour rétablir les règles locales). Mais les différentes études établissent peu de liens entre les propriétés structurelles et les modèles de croissance.

Le but de ce stage est d'étudier la vitesses de formation d'un pavage en fonction des propriétés algorithmiques issues des règles locales qui le forment. Lorsqu'on prend un motif fini qui respecte les règles locales, compte tenu de l'indécidabilité du problème du domino, on ne peut pas savoir si se motif peut être prolongé. On mettra en place un invariant qui quantifie cette incertitude et cherchera à voir si cela influe sur les vitesse de croissance des modèles d'auto-assemblage ou de flips stochastique. En fonction de la sensibilité de l'étudiant, ce stage pourra avoir une tournure théorique ou plus pratique en proposant une étude empirique des modèles sur des jeux de règles locales de différentes complexité algorithmique.

Références

- [AS13] Nathalie AUBRUN et Mathieu SABLİK : Simulation of Effective Subshifts by Two-dimensional Subshifts of Finite Type. *Acta Appl. Math.*, 126:35–63, 2013.
- [BRS09] Florant BECKER, Éric RÉMILA et Nicolas SCHABANEL : Time optimal self-assembly for 2d and 3d shapes : the case of squares and cubes. In A. Goel, F. C. Simmel, and P. Sosík, editors, *DNA Computing*, pages 144–155, Springer, 2009.
- [FR10] Thomas FERNIQUE , Damien REGNAULT , Stochastic flips on dimer tilings *AofA'10*, 28 juin-2 juillet 2010, Vienne, Autriche
- [Hoc09] Michael HOCHMAN : On the dynamics and recursive properties of multidimensional symbolic systems. *Invent. Math.*, 176(1):131–167, 2009.

- [Rob71] Raphael M. Robinson. Undecidability and Nonperiodicity for Tilings of the Plane. *Inventiones Mathematicae*, 12(3), 1971.
- [Soc91] Joshua SOCOLAR : Growth rules for quasicrystals. In P. J. Steinhardt and D. P. Divinzenzo, editors, *Quasicrystals : The State of the Art*, World Scientific:225–250, 1991.