

# Preuves circulaires pour la logique linéaire et sémantique de revêtements\*

Luigi Santocanale – LIF, Marseille

26 janvier 2014

Le calcul des preuves circulaires [5, 2] explique comment construire des preuves pour un fragment de la logique basé sur les connecteurs additifs  $\wedge$  (et),  $\vee$  (ou),  $\mu$  (plus grand point-fixe),  $\nu$  (plus petit point-fixe). Le modèle de preuve qu'il propose, reposant sur l'existence de cercles vertueux en logique, est bien-sûr non usuel.

Les origines du calcul et de la théorie peuvent se faire remonter aux réfutations du  $\mu$ -calcul propositionnel modal [4]; dans ce cadre, la correction de la notion de réfutation peut « aisément » se comprendre grâce à la notion duale de tableau et, en dernière analyse, grâce à la sémantique de la logique modale basée sur la dualité.

Dans le cadre de la logique (modale) classique, le comportement conjoint des connecteurs  $\wedge$  et  $\mu$  est à l'origine d'une difficulté majeure pour la compréhension de la circularité; nous pouvons surmonter cette difficulté en étudiant ces connecteurs dans le cadre de la logique linéaire, ainsi en explorant la conjonction linéaire  $\otimes$  (et son connecteur dual  $\oplus$ ).

L'objectif du stage est donc de se familiariser avec cet ensemble d'idées et de théories; en plus, nous proposons de mettre à l'épreuve une nouvelle proposition [1] pour étendre la théorie des preuves circulaires à la logique linéaire. En analogie avec ce qui se passe pour le  $\mu$ -calcul modal, la validation sera faite par rapport à la sémantique algébrique (de la provabilité) pour la logique linéaire et, en particulier, par rapport à la sémantique des revêtements [3, 6] qui suggère une bonne notion de dualité.

- [1] D. Baelde and L. Hirschi. Cut elimination in infinite parity proofs. Unpublished, June 2013.
- [2] J. Fortier and L. Santocanale. Cuts for circular proofs : semantics and cut-elimination. In S. R. D. Rocca, editor, *CSL*, volume 23 of *LIPICs*, pages 248–262. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2013.
- [3] R. Goldblatt. A Kripke-Joyal semantics for noncommutative logic in quantales. In G. Governatori, I. M. Hodkinson, and Y. Venema, editors, *Advances in Modal Logic*, pages 209–225. College Publications, 2006.
- [4] D. Niwinski and I. Walukiewicz. Games for the mu-calculus. *Theor. Comput. Sci.*, 163(1&2) :99–116, 1996.
- [5] L. Santocanale. A calculus of circular proofs and its categorical semantics. In M. Nielsen and U. Engberg, editors, *Foundations of Software Science and Computation Structures*, number 2303 in LNCS, pages 357–371. Springer, 2002. 5th International Conference, FOSSACS 2002. Held as Part of the Joint European Conferences on Theory and Practice of Software, ETAPS 2002 Grenoble, France, April 8-12, 2002. Proceedings.
- [6] L. Santocanale. A duality for finite lattices. Unpublished, available at <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00432113>, Nov. 2009.

---

\*Proposition de stage