

Notions de complexité dans les SFT 2D

sujet de stage M2

2018

Encadrant : Pierre Guillon

Laboratoire : I2M, Marseille

Contact : pierre.guillon@math.cnrs.fr

Sujet : Un sous-décalage de type fini bidimensionnel est un ensemble de coloriage de \mathbb{Z}^2 par un nombre fini de couleurs défini par des contraintes locales (éviter certains motifs). Ceci équivaut au formalisme des pavages de Wang, et un cas particulier est donné par les diagrammes espace-temps d'automates cellulaires (1D). En tant que modèle du calcul massivement parallèle, il est tentant d'y établir une théorie de la complexité.

Il existe une notion de complexité [1] pour l'évolution d'un automate cellulaire avec origine, mais des notions plus liées à la dynamique (sans origine) peuvent apparaître plus naturelles à étudier : la cylindricité [2], la vitesse de convergence comme sofique [3], la croissance de l'automate minimal du langage, des notions inspirées de la complexité de communication [4] ou de l'entropie [5], les fonctions de quasi-périodicité [6]...

La première partie de ce stage sera d'appréhender (la plupart de) ces notions, et de les relier par des inégalités.

Ensuite, on essaiera de comprendre si ces quantités apparaissent plus contraintes lorsque le SFT présente des propriétés de déterminisme (essentiellement le cas des automates cellulaires). On pourra commencer par étudier des exemples classiques, et peut-être arriver finalement aux constructions autosimilaires qui peuvent reconnaître n'importe quel langage récursivement énumérable.

Prérequis conseillé : théorie des automates, modèles de calcul. Des connaissances dans certains des domaines suivants pourront être utiles : automates cellulaires, pavages, dynamique topologique, théorie de la complexité, théorie des groupes, complexité de communication.

Possibilités d'autres sujets sur des domaines connexes.

Références :

- [1] Victor POUPET : *Automates cellulaires : temps réel et voisinages*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Lyon, 2006.
- [2] Thierry MONTEIL : Kari-Čulik tilings, down with hierarchy. talk in FRAC 2013.
- [3] Mathieu SABLİK et Michael SCHRAUDNER : Algorithmic complexity for the realization of an effective subshift by a sofic. In Ioannis CHATZIGIANNAKIS, Michael MITZENMACHER, Yuval RABANI et Davide SANGIORGI, éditeurs : *43rd International Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP 2016)*, volume 55 de *Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs)*, pages 110:1–110:14, Dagstuhl, Germany, 2016. Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik.
- [4] Pierre GUILLON et Emmanuel JEANDEL : Infinite communication complexity. HAL:01108690, soumis, 2014.
- [5] Tom MEYEROVITCH : Growth-type invariants for \mathbb{Z}^d subshifts of finite type and arithmetical classes of real numbers. *Inventiones Mathematicæ*, 184:567–589, 2011.
- [6] Alexis BALLIER et Emmanuel JEANDEL : Computing (or not) quasi-periodicity functions of tilings. *Second symposium on Cellular Automata (JAC 2010)*, (13):54–64, décembre 2010.